

Aufgabe 3 (ca. 45 Minuten):

Betrachten Sie nochmals die Aufgabenstellung aus Serie 7, Aufgabe 1, und beantworten Sie anhand einer manuellen Rechnung die folgenden Fragen:

a) Bei der Neuschätzung unter 1c) der Serie 7 beträgt der absolute Fehler für jede Bevölkerungsgruppe maximal 0.1 Mio. Was ist also der maximale absolute und relative Fehler der Lösung von 1c) der Serie 7? Was schliessen Sie daraus bzgl. der Konditionierung des Problems? Bemerkung: die benötigte Inverse A^{-1} können Sie (ausnahmsweise) mit Python berechnen.

b) Bei einer Qualitätskontrolle der gelieferten Produktionseinheiten realisiert man, dass auch die Angaben der Hersteller bzgl. der Anzahl der Impfdosen pro Altersgruppe um maximal 100 Stück abweichen kann (also kann eine Produktionseinheit vom Hersteller A z.B. die folgende Anzahl Impfdosen enthalten: 20'100 E, 10'010 T, 1916 K). Berechnen Sie damit den relativen Fehler der Lösung 1c) der Serie 7 erneut.

c) Nehmen wir den Fall an, dass alles schief läuft, d.h. die tatsächlichen Bevölkerungszahlen sind für jede Altersgruppe tatsächlich 0.1 Mio grösser, als in 1c) von Serie 7 ursprünglich angenommen, und die Hersteller liefern konsequent 100 Impfdosen pro Altersgruppe weniger, als ursprünglich angegeben. Stellen Sie dieses neue, 'gestörte' Gleichungssystem auf und lösen Sie es mit Python. Vergleichen Sie anschliessend die Lösung des gestörten Gleichungssystems mit der exakten Lösung des Gleichungssystems von 1c) der Serie 7 und berechnen Sie den tatsächlichen relativen Fehler. Was stellen Sie im Vergleich zu Ihrer Abschätzung aus der obigen Aufgabe b) fest?