

## Übungsserie 5

Abgabe: gemäss Angaben Dozent

Scannen Sie ihre manuelle Lösung für die Aufgabe 1 und 2 in die Dateien *Name\_S5\_Aufg1.pdf* sowie *Name\_S5\_Aufg2.pdf* und fassen Sie diese mit Ihrer Python-Funktion *Name\_S5\_Aufg3.py* in einer ZIP-Datei *Name\_S5.zip*. Laden Sie dieses File vor der Übungsstunde nächste Woche auf Moodle hoch.

### Aufgabe 1 (45 Minuten):

Die Gleichung

$$e^{x^2} + x^{-3} = 10$$

besitzt auf dem Intervall  $x \in [-3, 3]$  insgesamt 3 Lösungen. Skizzieren Sie die relevante Funktion und bestimmen Sie die Intervalle, die die Nullstellen enthalten. Verwenden Sie anschliessend das Newton-Verfahren für den Startwert  $x_0 = 2$ , das vereinfachte Newton-Verfahren für den Startwert  $x_0 = 0.5$  sowie das Sekantenverfahren mit den Startwerten  $x_0 = -1.0$  und  $x_1 = -1.2$ , um die Nullstellen im jeweiligen Intervall zu bestimmen. Geben Sie jeweils 4 Iterationen (d.h.  $x_1, \dots, x_4$ ) an, gerundet auf 4 Nachkommastellen.

### Aufgabe 2 (45 Minuten):

Auf einem Stahlgerüst steht ein kugelförmiger Wassertank mit einem Innendurchmesser von  $d = 10$  m. Aus statischen Gründen dürfen höchstens  $471 \text{ m}^3$  Wasser eingefüllt werden. Berechnen Sie, bis zu welcher Höhe  $h$  über dem Tankgrund das Wasser also höchstens stehen darf. Allfällige Nullstellen bestimmen Sie mit dem Newton-Verfahren auf einen absoluten Fehler von höchstens  $10^{-3}$  genau und dem Startwert  $h_0 = 9$  m.

Tipp: Sie benötigen aus dem Formelbuch eine Formel für den Anteil des Kugelvolumens, welches mit Wasser gefüllt ist.

### Aufgabe 3 (45 Min.):

Implementieren Sie das Sekanten-Verfahren als *Name\_S5\_Aufg3* (  $f$ ,  $x_0$ ,  $x_1$ ,  $tol$  ) in Python. Übergeben werden die Funktion  $f$ , die Startwerte  $x_0$  und  $x_1$  sowie die gewünschte Genauigkeit  $tol$  Ihres Resultats. Ausgabe ist die Nullstelle  $y$ . Wo würden Sie beim Versuch, das Newton-Verfahren zu implementieren, momentan noch auf Schwierigkeiten stossen? Fügen Sie Ihre Antwort als Kommentar ein. Verifizieren Sie für sich, ob Ihnen Ihre Funktion die selben Nullstellen liefert, die Sie für die Aufgaben 1 und 2 berechnet haben.