

Aufgabe 1 (45 Minuten):

Die Gleichung

$$e^{x^2} + x^{-3} = 10$$

besitzt auf dem Intervall $x \in [-3, 3]$ insgesamt 3 Lösungen. Skizzieren Sie die relevante Funktion und bestimmen Sie die Intervalle, die die Nullstellen enthalten. Verwenden Sie anschliessend das Newton-Verfahren für den Startwert $x_0 = 2$, das vereinfachte Newton-Verfahren für den Startwert $x_0 = 0.5$ sowie das Sekantenverfahren mit den Startwerten $x_0 = -1.0$ und $x_1 = -1.2$, um die Nullstellen im jeweiligen Intervall zu bestimmen. Geben Sie jeweils 4 Iterationen (d.h. x_1, \dots, x_4) an, gerundet auf 4 Nachkommastellen.

$$f(x) = 0$$

$$f(x) = e^{x^2} + x^{-3} - 10 = 0$$

a) Newtonverfahren $x_0 = 2$

$$f'(x) = 2x e^{x^2-1} - 3x^{-4}$$

$$x_1 = x_0 - \frac{f(x_0)}{f'(x_0)}$$

$$x_1 = 2 - \frac{e^{2^2} + 2^{-3} - 10}{2 \cdot 2 \cdot e^{2^2-1} - 3 \cdot 2^{-4}} = 2 - \frac{e^4 + \frac{1}{8} - 10}{4 \cdot e^4 - \frac{3}{16}} =$$