Aufgabe 3 (45 Min.):

Ein liegender zylindrischer Behälter mit Radius r, Länge l und einem Volumen von $V_Z = 2000$ Liter ist zu drei Viertel mit Heizöl gefüllt. Berechnen Sie die Füllhöhe h des Behälters. Gehen Sie dazu folgendermassen vor:

a) Bestimmen Sie dafür zuerst den Winkel φ unter Benutzung der Fläche des Kreissegments $\frac{1}{2}r^2(\varphi - \sin\varphi)$ und beweisen Sie, dass $\sin\varphi - \varphi = -0.5\pi$ gilt.

Tipp: Setzen Sie dafür den Teil der Kreisfläche, der nicht 'gefüllt' ist, mit dem entsprechenden Kreissegment gleich.

```
Die Länge des Zylinder kann vernachlässigt werden, da sich die Länge propor-
tional zum Gesamt- und Teilvolumen verhält.
Fläche des gesammten Kreisquerschnitt: 0.5 * r ** 2 *  ( α − sin α) = A
Und bei einem Volumen von 75% enspricht A nicht 100% (1.00) sondern 75% (0.75)
des gesammten
Kreisquerschnittes.
Daher muss das Kreissegment 0.75 * A = 0.75 * r ** 2 * pi  sein.
Fläche des ganzen Kreissegemntes ist: pi * r ** 2
Die Differenz pi * r ** 2 - 0.5 * r ** 2 (a - sin a) entspricht: 0.75 * r ** 2
* pi
Daraus folgt (Gleichsetzen der Formeln)
pi * r ** 2 - 0.5 * r ** 2 (a - sin a) = 0.75 * r ** 2 * pi | /r ** 2
pi - 0.5 * (a - sin a) = 0.75 * pi | - pi
- 0.5 * (a - sin a) = -0.25 * pi| / 0.5
sin a - a = -0.5 * pi| Bewiesen
-> a = sin a + 0.5 * pi | Iterationsformel
```

b) Finden Sie durch grafische Überlegungen einen geeigneten Startwert für die Iteration von $\sin\varphi - \varphi = -0.5\pi$ (machen Sie eine Skizze!) und bestimmen Sie φ mit einer Fixpunktiteration auf 10^{-3} genau.

```
F(phi) = 0.5 * pi + sin phi | Iterationsformel
g(phi) = h(phi)
sin phi = phi - 0.5 * pi
Schnittpunkt / Fixpunkt liegt zwischen pi/2 und pi
Daher Fixpunktiteration ab 2
phi = 132.364
```

c) Drücken Sie die Füllhöhe h in Abhängigkeit von φ aus.

Hinweis: Da Radius r und Länge l des Zylinders (zahlenmässig) nicht bekannt sind, wird die gesuchte Füllhöhe h noch von r abhängen.

```
h = r - r * cos(phi/2)
```

Bild B-37 zeigt den liegenden Zylinderkessel mitsamt der kreisförmigen Querschnittsfläche.

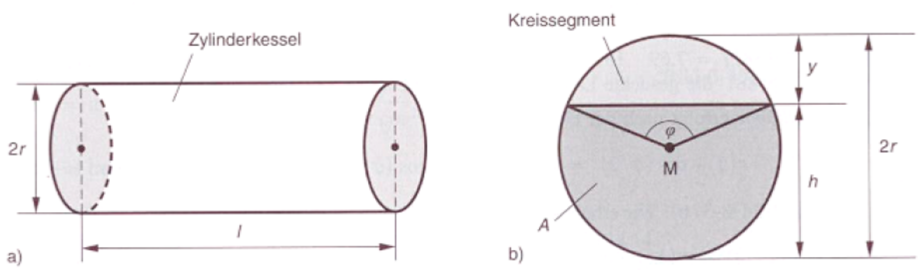

Bild B-37 a) Zylinderkessel
b) Querschnitt des Kessels