

Aufgabe 3 (45 Min.):

Ein liegender zylindrischer Behälter mit Radius r , Länge l und einem Volumen von $V_Z = 2000$ Liter ist zu drei Viertel mit Heizöl gefüllt. Berechnen Sie die Füllhöhe h des Behälters. Gehen Sie dazu folgendermassen vor:

a) Bestimmen Sie dafür zuerst den Winkel φ unter Benutzung der Fläche des Kreissegments $\frac{1}{2}r^2(\varphi - \sin \varphi)$ und beweisen Sie, dass $\sin \varphi - \varphi = -0.5\pi$ gilt.

Tipp: Setzen Sie dafür den Teil der Kreisfläche, der nicht 'gefüllt' ist, mit dem entsprechenden Kreissegment gleich.

b) Finden Sie durch grafische Überlegungen einen geeigneten Startwert für die Iteration von $\sin \varphi - \varphi = -0.5\pi$ (machen Sie eine Skizze!) und bestimmen Sie φ mit einer Fixpunktiteration auf 10^{-3} genau.

c) Drücken Sie die Füllhöhe h in Abhängigkeit von φ aus.

Hinweis: Da Radius r und Länge l des Zylinders (zahlenmässig) nicht bekannt sind, wird die gesuchte Füllhöhe h noch von r abhängen.

Bild B-37 zeigt den liegenden Zylinderkessel mitsamt der kreisförmigen Querschnittsfläche.

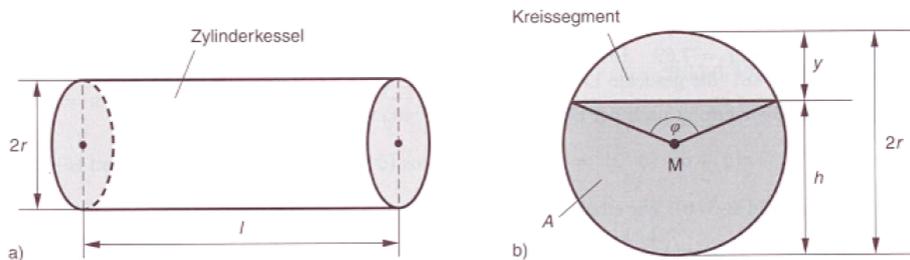


Bild B-37 a) Zylinderkessel
b) Querschnitt des Kessels