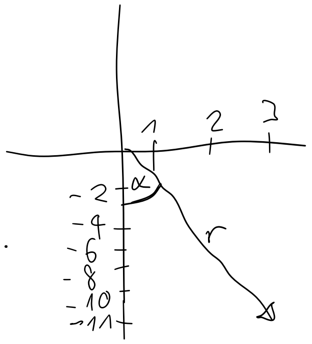
Aufgabe 1 (ca. 45 Minuten):

a) Zeichnen Sie den Zeiger der komplexen Zahl $z = 3 - 11i$ und berechnen Sie sowohl die Exponentialform als auch die trigonometrische Form von z und der konjugierten Zahl z^*.



$$z = 3 - 11i$$

$$z = r(\cos(\alpha) + i \cdot \sin(\alpha))$$

$$r = \sqrt{(-11)^2 + 3^2} = \sqrt{130} = 11,4$$

$$\alpha = \arctan\left(-\frac{11}{3}\right) = -74,7°$$

$$\sqrt{130}\, e^{-i \arctan(-11/3)} = \sqrt{130} \cdot e^{-i \cdot (-1,31)}$$

b) Wie lautet die komplexe Zahl $z = 4[\cos(-40°) + i \cdot \sin(-40°)] + 2e^{i\,30°} - 3 + 1.5i$ in der Normalform? Geben Sie auch z^* an.

z = 0.372681 - 3.04721 i

z* = -0.244325 -2.09509 i

c) Berechnen Sie mit den komplexen Zahlen

$$z_1 = \frac{2+i}{1-2i}, \quad z_2 = 2e^{-i\pi/3}, \quad z_3 = 4(\cos 30° + i \cdot \sin 30°)$$

den folgenden Ausdruck

$$\frac{z_1^* \cdot z_3}{0.5 z_2}.$$

$$\frac{\frac{2-\cancel{i}}{\cancel{1}+2i} \cdot 4\cancel{(\cos(30) + i \cdot \sin(30))}}{0,5 \cdot 2\cancel{e^{-i\frac{\pi}{3}}}} = \frac{4}{0,5 \cdot 2} = 4$$

d) Berechnen Sie die Potenz

$$(1 - \sqrt{2}\,i)^3$$

unter Verwendung der Exponentialform.

$$Z = 1 - \sqrt{2}\,i$$

$$r = \sqrt{1 + 2} = \sqrt{3}$$

$$\alpha = \arctan\left(\frac{\sqrt{2}}{1}\right) = -0,96$$

$$Z = \sqrt{3} \cdot e^{i \cdot (-0,96)}$$

$$Z^3 = \left(\sqrt{3} \cdot e^{i \cdot (-0,96)}\right)^3 = \sqrt{3}^3 \cdot e^{i \cdot 3(-0,96)}$$

$$= 5,20 \cdot e^{i \cdot (-2,88)}$$